دراسة عددية لتأثير قوة الطفو على التشكيل الحراري خلال مقطع فجوة حلقية أفقية

محمد غانم جهاد
قسم الهندسة الميكانيكية, كلية الهندسة, جامعة الأنبار

الخلاصة:

تم في هذا البحث إجراء دراسة عددية لبيان تأثير قوة الطفو على التشكيل الحراري خلال مقطع فجوة حلقية أفقية مسخنة بثبوت درجة حرارة السطح . تضمنت الدراسة العددية التوصل الى المعادلات الحاكمة للجريان وإنتقال الحرارة لمقاطع مختلفة من القناة على طول محور الجريان وهي معادلة الطاقة ومعادلة الزخم بالإتجاه القطري والمماسي ومعادلة الزخم بالإتجاه المحوري ومعادلة الدوامية بإستعمال المعادلات الأساسية (الاستمرارية ، الطاقة ، والزخم بالإحداثيات القطبية والإحداثي المحوري) حيث مثلت المتغيرات فيها بدرجة الحرارة ودالة الانسياب والسرعة المحورية وتم تحويلها الى الصيغة اللابعدية بدلالة كلاً من عدد رايلي ، عدد براندتل وعدد رينولدز ، وحلت هذه المعادلات عددياً بإستخدام الطريقة الإرتحالية العامة وطريقة كاوس . أستخرجت نتائج الحلول العددية بثبوت درجة حرارة السطح حيث مثلت النتائج لقيم مختلفة من عدد رايلي ولزاوية مقطع كلية $\left(2\,\alpha = 60^{\circ}\,, 90^{\circ}\,, 120^{\circ}\right)$ ولنسبة أقطار $(\varepsilon = 1.5\,, 2\,, 4)$ بمخططات دالة الانسياب ودرجة الحرارة وتوزيع قيم عدد نسلت الموضعية ، كذلك تم إستخراج قيم كل من معامل الإحتكاك وعدد نسلت المعدل للحمل القسري ومقارنتها مع بحوث سابقة حيث أظهرت المقارنة توافقاً جيداً لنتائج الحل العددي . بينت النتائج إن قوة الطفو الناتجة عن الحمل الحر تتسبب في أخذ الجريان سلوكاً متغيراً بشكل مطرد عند تقدم الجريان بالإتجاه المحوري والذي بدوره يؤدي الى تحسين إنتقال الحرارة كلما زادت نسبة القطر الخارجي إلى القطر الداخلي وأيضاً كلما زادت الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية .كما وأستخرجت علاقة أرتباطية لإيجاد معدل تغير عدد نسلت بعد إستقرار الجريان في منطقة تمام التشكيل الحراري للمديات التي تمت دراستها لزوايا المقطع الكلية ونسب الأقطار.

الكلمات الدالة:

إنتقال الحرارة، مقطع فجوة حلقية، قوة الطفو، التشكيل الحراري، ثبوت درجة حرارة السطح

المقدمة

إن ملائمة المجاري الحلقية للإستخدام في العديد من التطبيقات الهندسية مثل المبادلات الحرارية وتبريد أنابيب وقود المفاعلات النووية وبعض الأجهزة الألكترونية أدت إلى جذبها الإهتمام المتزايد للعديد من الباحثين ، وبما ان مقدار الحرارة المنتقلة يمكن زيادتها بشكل أساسي بزيادة المساحة السطحية للقناة المسخنة والمعرضة لجريان مائع ما داخلها ، أمكننا ذلك من زيادة زعانف طولية داخل مجرى القناة الحلقية مما أنشأ لدينا أنبوب حلقي متعدد الممرات حيث تمت دراسة الجريان وانتقال الحرارة لكل مقطع فجوة حلقية على حدة . إن إستخدام هذا التطبيق واسع الإنتشار في تبريد الغازات المضغوطة داخل الضاغطات (Compressors) بالإضافة إلى وجوده داخل المبادلات الحرارية ذات الأنابيب المزدوجة (Double-Pipe Heat Exchanger) مما يعكس مدى اهمية هذه الدراسة .

أغلب الدراسات تناولت موضوع إنتقال الحرارة بالحمل الحر في المجاري الحلقية حيث تركز الاهتمام على سلوك الجريان وإنتقال الحرارة في موقع ثابت من المجرى الحلقي لكون إعتبار سلوك الجريان يبقى ثابتاً خلال المجرى ولكون هذه الفرضية يصح إستخدامها فقط إذا اعتبرنا القناة بطول كبير نسبياً وإهمالنا للتغيرات الحاصلة في سلوك جريان المائع الداخل بشكل منتظم من مصدر التجهيز .إن تأثير قوة الطفو الناتجة عن الحمل الحر لمائع يجري داخل قناة لايمكن إهماله لاسيما إذا كانت سرعة الجريان واطئة نسبياً حيث يصبح لقوة القص الناتجة عن لزوجة المائع تأثير كبير في هبوط الضغط ويرافقه تغير درجة حرارة المائع مع نمو الطبقة المتاخمة الحرارية بإتجاه محور الجريان.

الإهتمام بالجريان وإنتقال الحرارة داخل المجاري الحلقية ظهر عام (1931) عندما قام Beckmann [1] بدراسة عملية لإنتقال الحرارة بالحمل الحر في مجرى حلقي ذو نسبة أقطار $(1.1875 \le \varepsilon \le 8.1)$،ومن ثم درس نظرياً إنتقال الحرارة بالحمل الحر لمجرى حلقي غير متحد المركز الباحث Shu et al. [2] حيث صيغت المعادلات الحاكمة بطريقة المتسلسلات ، أما Francis et al. [3] فقد درس إنتقال الحرارة بالحمل الحر لجريان إنتقالي متحول الى الإضطراب ، كما وأجرى Alshahrani و Zeitoun [4] دراسة نظرية لإنتقال الحرارة بالحمل الحر لمجرى حلقي ذو نسبة أقطار $(\varepsilon = 2,3,4,5)$ مستفيدين من طريقة العناصر المحددة لحل المعادلات الحاكمة ، بعدئذٍ تم تحليل إنتقال الحرارة بالحمل الحر لنماذج أشكال قنوات دائرية متحدة المركز من قبل Teertstra et al. [5] . كذلك قام Padilla et al. [6] بتحليل عددي للحمل الحر في مجاري حلقية لقيم أعداد رايلي تتراوح بين $(10^2 \le Ra \le 10^5)$ ولنسب أقطار $(\varepsilon = 2 , 2.6)$حيث حلت المعادلات الحاكمة بإستخدام تقنية الحجوم المحددة،كما وقدم كل من Al-lateef و Hassan [7] حلاً عددياً لإنتقال

$\left(10^2 \le Gr \le 10^5\right)$ $\varepsilon = 1.2, 1.5, 2)$

حد تغير الأنتروبي في المعادلات الحاكمة للجريان وإنتقال الحرارة الناتج عن إحتكاك المائع مع جدار الفجوة الحلقية الأفقية . من الملاحظ ان الدراسات متقدمة الذكر جميعها إشتمل على نوع إنتقال الحرارة بالحمل الحر فقط داخل مجرى حلقي ولم يتم التطرق لإنتقال الحرارة بالحمل القسري حتى أجرى الباحثان Coelho و Pinho [9] دراسة تحليلية لإنتقال الحرارة بالحمل القسري في منطقة تمام التشكيل الهيدروليكي والحراري خلال مجرى حلقي سخن بثبوت الفيض الحراري عند السطح ولم يتم إهمال حد تبدد اللزوجة من معادلة الطاقة حيث أجريت هذه الدراسة لنسبة أقطار $(0.1 \le RR \le 0.9)$، إن جميع ما تقدم إستعراضه من بحوث سابقة لم تتناول تواجد كلتا طرق إنتقال الحرارة بالحمل (الحر والقسري) حتى أوجد الباحثان Karki و Patanker [10] عام (1989) تأثير قوة الطفو الناتجة عن الحمل الحر على إنتقال الحرارة بالحمل القسري في منطقة الدخول الحراري لمجرى حلقي أفقي ذو نسبة أقطار ثابتة عند $(\varepsilon = 2)$ وتوصلت الدراسة الى إن زيادة عدد رايلي تزيد من معامل إنتقال الحرارة ، وفي نفس السياق فقد أنجز الباحث Sayed-Ahmed [11] تحليلاً عددياً بإستخدام طريقة الفروقات المحددة لحل إنتقال الحرارة بالحمل المختلط في مجرى حلقي لكنه عامودي وغير متحد المركز حيث أستخدمت نسبة أقطار تشمل المدى $(0.1 \le RR \le 0.7)$ كذلك في مجال إنتقال الحرارة بالحمل المختلط أجرى Mohammed [12] دراسة نظرية لإنتقال الحرارة بالحمل المختلط أيضاً في منطقة الدخول الحراري ولمجرى حلقي عامودي بفارق دوران الاسطوانة الداخلية ولمدى نسبة أقطار $(0.2 \le RR \le 0.9)$. مما تقدم في إستعراض البحوث السابقة يتضح أن مقطع الفجوة الحلقية كقناة لم يتم تناولها بدراسة على الرغم من أهمية هذه القناة في زيادة معدل الحرارة المنتقلة كذلك لم تناقش مسألة إنتقال الحرارة لا بالحمل الحر ولابالحمل القسري ولاحتى كلاهما حتى العام (1987) عندما أوجد الباحث Soliman [13] دراسة نظرية لإنتقال الحرارة بالحمل القسري فقط لمقطع فجوة حلقية أفقية حيث أجريت التحليلات العددية لجريان مستقر طباقي في منطقة تمام التشكيل الهيدروليكي والحراري وبخصائص مائع ثابتة على طول مجرى القناة وقد أهمل الباحث حد تبدد اللزوجة والتوصيل المحوري من معادلة الطاقة وتم إجراء التحليل العددي لطيف واسع من نسبة الأقطار تراوحت مابين $(0.05 \le RR \le 0.95)$ ولمدى كبير من زوايا المقطع الكلية التي تراوحت قيمها ضمن المدى $\left(10^\circ \le 2\alpha \le 350^\circ\right)$ حيث أستخرجت النتائج على شكل جداول لقيم عدد نسلت المعدل لكلى ظرفي التسخين.

من ثم أنجز .Lin et al [14] في العام (2000) دراسة نظرية لإنتقال الحرارة بالحمل القسري فقط في منطقة التشكيل الهيدروليكي والحراري داخل مقطع فجوة حلقية أفقية حيث تميزت الدراسة عن مثيلاتها بإستخدام الطريقة الإرتحالية العامة لحل معادلة الطاقة والسرعة المحورية مع تقدم الجريان

نسبتي أقطار $(RR = 0.25, 0.5)$
$18^\circ \le 2\alpha \le 40^\circ)$

$(\varepsilon = 1.5, 2, 4)$ ولنسبة أقطار $(2\alpha = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ)$

الجانب النظري

تم استخدام الفرضيات الآتية لغرض تبسيط الحل العددي مع ملاحظة عدم الإخلال بالحل العام ودقته :

1 – الجريان تام التشكيل الهيدروليكي (Fully Developed) .
2 – عدم وجود مصدر حراري (Heat Source) .
3 – عدم تغير قيم الحرارة النوعية والموصولية الحرارية واللزوجة بتغير درجات الحرارة .
4 – يمكن إهمال حد تبدد اللزوجة (Viscous Dissipation Term) في معادلة الطاقة للحالة المدروسة لكون السرعة قليلة .
5 –إعتماد فرضية بويسنسك (Boussinesq) إذ أن الكثافة تعد ثابتة ماعدا في حد قوة الطفو ولإن حركة المائع تعتمد على تغير الكثافة ولذلك يمكن وصف تغير كثافة المائع بالصيغة الآتية [15]:

$$\rho_f = \rho_w \left[1 - \beta\left(\mathrm{T}_w - \mathrm{T}\right)\right] \tag{1}$$

6 – الجريان ثنائي البعد (r,ϕ) ومتناظر حول المستوي العامودي الذي يمر في مركز النظام ، وبذلك يمكن دراسة جانب واحد من النظام.

بناءً على الفرضيات المذكورة أعلاه فإن معادلة الإستمرارية يمكن التعبير عنها بالإحداثيات القطبية كما يأتي :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,u) + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \phi} = 0 \tag{2}$$

وتكون معادلات الزخم بالإحداثيات القطبية (r,ϕ) والإحداثي المحوري (z) على التوالي كالآتي :

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{v^2}{r}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \phi}\right) - \rho\, g\,(\cos\phi) \tag{3a}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial v}{\partial \phi}+\frac{u\,v}{r}\right)=-\frac{\partial p}{r\,\partial \phi}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial u}{\partial \phi}-\frac{v}{r^2}\right)+\rho\,g\,(\sin\phi) \quad (3b)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial w}{\partial \phi}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2}\right) \quad (3c)$$

وتأخذ معادلة الطاقة بالإتجاهات المحورية الثلاث (r,ϕ,z) الصيغة الآتية :

$$u\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi}=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2}\right]-w\frac{\partial T}{\partial z} \quad (4)$$

يتم التخلص من حد الضغط من معادلتي الزخم بإتجاهي (r,ϕ) بالتفاضل المتقاطع بين مركبتي الـزخم. وإذا عرفنا دالة الإنسياب بالإحداثيات القطبية كالآتي : $u=\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \phi}$ و $v=-\frac{\partial \psi}{\partial r}$ بذلك تختزل معادلـة الزخم إلى الصيغة الآتية :

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial \psi}{\partial \phi}\frac{\partial \Omega}{\partial r}-\frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial \Omega}{\partial \phi}\right]=\upsilon\left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \phi^2}\right]+g\,\beta\left[\frac{\cos\phi}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi}+\sin\phi\frac{\partial T}{\partial r}\right] \quad (5)$$

لكون الحل المباشر لمعادلات القطع الناقص مرهقاً حسابياً تستخدم فرضية إضافة حد التغير مع الزمن إلى الجانب الأيسر من المعادلات (3a) و (3b) و (5) لتتحول من معادلات قطع ناقص إلى معـادلات قطع مكافئ وهي فرضية لاتخل بالحل العام للمعادلات وتسهله إلى حد كبير ، وعليه سـتأخذ معادلـة الزخم بالإتجاه المحوري (z) الشكل الآتي :

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \phi}\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial w}{\partial \phi}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2}\right) \quad (6)$$

وتأخذ معادلة الزخم بالإتجاه (r,ϕ) الشكل الآتي:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t}+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial \psi}{\partial \phi}\frac{\partial \Omega}{\partial r}-\frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial \Omega}{\partial \phi}\right]=\upsilon\left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \phi^2}\right]+g\beta\left[\frac{\cos\phi}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi}+\sin\phi\frac{\partial T}{\partial r}\right] \quad (7)$$

في حين تأخذ معادلة الطاقة الشكل الآتي :

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \phi}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \phi}=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \phi^2}\right]-w\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z} \tag{8}$$

مع ملاحظة ان معادلة الدوامية بالإحداثيات القطبية تكون بالصيغة الآتية:

$$\nabla^2 \psi=-\Omega \tag{9}$$

$$\Omega=\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}-\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \phi} \tag{10}$$

وبتعريف العوامل اللابعدية الآتية

$$W=\frac{w}{\langle W\rangle}\ ,\quad \tau=\frac{\langle W\rangle}{a}t\ ،\quad R=\frac{r}{a}\ ،\quad \Psi=\frac{\psi}{a\langle W\rangle}$$

$$P=\frac{p}{\rho\langle W\rangle}\ ،\quad Z=\frac{z}{a\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\ ،\quad \omega=\frac{a}{\langle W\rangle}\Omega\ ،\quad \theta=\frac{\mathrm{T}-\mathrm{T}_w}{\mathrm{T}_i-\mathrm{T}_w}$$

$$G=\frac{a}{\langle W\rangle^2}g\ ،\quad \varepsilon=\frac{R_o}{R_i}\ ،\quad RR=\frac{R_i}{R_o}$$

وتعويضها في معادلات الزخم والطاقة مع ملاحظة أن $\frac{\partial P}{\partial Z}=P_z$ وبتبسيطها ينتج:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau}+\frac{1}{R}\left[\frac{\partial \Psi}{\partial \phi}\frac{\partial W}{\partial R}-\frac{\partial \Psi}{\partial R}\frac{\partial W}{\partial \phi}\right]=-P_z+\frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 W \tag{11}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau}+\frac{1}{R}\left[\frac{\partial \Psi}{\partial \phi}\frac{\partial \omega}{\partial R}-\frac{\partial \Psi}{\partial R}\frac{\partial \omega}{\partial \phi}\right]=\frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\omega+\frac{Ra}{\mathrm{Re}^2\,\mathrm{Pr}}\left[\frac{\cos\phi}{R}\frac{\partial \theta}{\partial \phi}+\sin\phi\frac{\partial \theta}{\partial R}\right] \tag{12}$$

يهمل إنحدار الكثافة المحوري لكون إنحدار الضغط ثابت على طول محور القناة لذلك:

$$W=\hat{W}\,P_z \tag{13}$$

بقسمة معادلة (11) على (P_z) وتعويض معادلة (13) فيها ينتج:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = -\frac{1}{R}\left[\frac{\partial \Psi}{\partial \phi}\frac{\partial \hat{W}}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R}\frac{\partial \hat{W}}{\partial \phi}\right] - 1 + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 \hat{W} \tag{14}$$

بما ان معدل السرعة يبقى ثابتاً فإن إنحدار الضغط المحوري (P_z) يأخذ صيغة التكامل الآتي:

$$P_z = \left[2\alpha\left(1-RR^2\right) / \int_{\phi_1}^{\phi_2}\int_{RR}^{1} \hat{W}\, R\, dR\, d\phi\right] \tag{15}$$

أما معادلة الطاقة بعد تعويض العوامل اللابعدية فيها و التبسيط فتصبح:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{1}{R}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \phi}\frac{\partial \theta}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R}\frac{\partial \theta}{\partial \phi}\right) = \frac{1}{\mathrm{Re\,Pr}}\nabla^2\theta - \frac{1}{\mathrm{Re\,Pr}}W \tag{16}$$

الظروف الحدية

الظروف الحدية لمقطع الفجوة الحلقية في حالة الإستقرار تكون كالآتي :

1 – السرعة المحورية

$$\hat{W}(R,\phi,0) = 0$$

$$\hat{W}(R_o,\phi,z) = \hat{W}(R_i,\phi,z) = \hat{W}(R,\phi_1,z) = \hat{W}(R,\phi_2,z) = 0$$

2 – دالة الإنسياب

$$\Psi(R,\phi,0) = 0$$

$$\Psi(R_o,\phi,z) = \Psi(R_i,\phi,z) = \Psi(R,\phi_1,z) = \Psi(R,\phi_2,z) = 0$$

3 – درجة الحرارة

$$\theta(R,\phi,0) = 1$$

$$\theta(R_o,\phi,z) = \theta(R_i,\phi,z) = \theta(R,\phi_1,z) = \theta(R,\phi_2,z) = 0$$

4 – الدوامية

$$\omega(R,\phi,0) = 0$$

$$\omega(R_o,\phi,z) = -\frac{\partial^2 \Psi(R_o,\phi,z)}{\partial R^2} \quad , \quad \omega(R_i,\phi,z) = -\frac{\partial^2 \Psi(R_i,\phi,z)}{\partial R^2}$$

$$\omega(R,\phi_1,z) = -\frac{\partial^2 \Psi(R,\phi_1,z)}{R^2\,\partial \phi^2} \quad , \quad \omega(R,\phi_2,z) = -\frac{\partial^2 \Psi(R,\phi_2,z)}{R^2\,\partial \phi^2}$$

الحل العددي للمعادلات الحاكمة

تقسم منطقة الجريان المحددة بالإحداثيات القطبية (R,ϕ) كما مبين بالشكل (B-1) إذ تكون التقسيمة الواحدة بالأبعاد الآتية $(\Delta R \times \Delta \phi)$. إن عدد التقسيمات الشبكية في هذه الحالة سيكون $(mt \times nt)$ في حين ستكون $((mt+1)\times(nt+1))$ من العقد الشبكية وذلك لنصف منطقة الجريان لوجود

المرتبطة م طريقة الفروقات المحددة. وبعد تحويل المعادلات التفاضلية إلى جبرية بصيغة الفروقات المحددة وبالتبسيط نحصل على معادلات الطاقة والزخم بالإتجاه المحوري والزخم بالإتجاهين (R,ϕ) الآتية :

$$\theta_{m,n}^{k+1} = \left| -t_1 + \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}}\left(t_2 - W_{m,n}\right) \right|^k \Delta\tau + \theta_{m,n}^k \tag{17}$$

$$\hat{W}_{m,n}^{k+1} = \left| -t_3 - 1 + \frac{t_4}{\operatorname{Re}} \right|^k \Delta\tau + \hat{W}_{m,n}^k \tag{18}$$

$$\omega_{m,n}^{k+1} = \left| -t_5 + \frac{t_6}{\operatorname{Re}} + t_7 \frac{Ra}{\operatorname{Re}^2 \operatorname{Pr}} \right|^k \Delta\tau + \omega_{m,n}^k \tag{19}$$

حساب معامل الإحتكاك

بإستخدام تعريف معامل الإحتكاك وعدد رينولدز فإن قيمة مضروب معامل الإحتكاك في عدد رينولدز يأخذ الصيغة الآتية [13]:

$$f.\operatorname{Re} = 2\, D_h^2 / W_b \tag{20}$$

حيث يمكن حساب قيمة متوسط السرعة المحورية W_b من حساب التكامل المضاعف الآتي [13]:

$$W_b = 2\left[\int_0^{\alpha} \int_{RR}^{1} \hat{W}\, R\, dR\, d\phi \right] / \left[\alpha \left(1 - RR^2\right) \right] \tag{21}$$

وبحل المعادلة (18) عددياً وإستخراج قيم السرعة المحورية $\hat{W}$ وتعويض تلك القيم في المعادلة (21) يمكن إستخراج متوسط السرعة المحورية W_b وبالتالي معرفة الكمية $(f.\operatorname{Re})$ من المعادلة (20).

حساب عدد نسلت الموضعي

يحسب عدد نسلت من المعادلة الآتية :

$$Nu^k = -\left.\frac{\partial\theta}{\partial\hat{n}}\right)_w^k \Big/ \theta_b^k \tag{22}$$

للسطحين المستويين من مقطع الفجوة فإن :

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial\hat{n}}\right)_w=\left.\frac{\partial\theta}{\partial\phi}\right)_w$$

أما للسطحين المنحنيين من مقطع الفجوة فإن :

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial\hat{n}}\right)_w=\left.\frac{\partial\theta}{\partial R}\right)_w$$

كذلك فإن درجة الحرارة الظاهرية θ_b تحسب من التكامل المضاعف الآتي :

$$\theta_b=2\left[\int_0^{\alpha}\int_{RR}^{1}\hat{W}\,\theta\,R\,dR\,d\phi\right]/\left[\alpha\,W_b\left(1-RR^2\right)\right] \quad (23)$$

بحل المعادلة (17) عددياً وإستخراج قيم درجة الحرارة اللابعدية وتعويض تلك القيم في المعادلة (23) يمكن إستخراج درجة الحرارة الظاهرية θ_b وبالتالي حساب عدد نسلت الموضعي من المعادلة (22).

النتائج والمناقشة

من خلال البحث الحالي يتم التأكد من صحة النتائج وذلك بإستخدام الأنموذج الحالي للحسابات لإيجاد معامل الإحتكاك لمقطع فجوة حلقية ذو نسبة أقطار $(\varepsilon=2)$ ومدى زاوية كلية يتراوح بين $\left(18^\circ\le 2\alpha\le 40^\circ\right)$ومقارنة النتائج مع الدراسة التي أنجزها Lin et al [14] وكذلك تم حساب معدل تغير عدد نسلت عند جريان المائع بحمل قسري $(Ra=0)$ في مدخل مقطع فجوة حلقية ذو نسبة أقطار $(\varepsilon=2)$ ومدى زاوية كلية $\left(30^\circ\le 2\alpha\le 120^\circ\right)$ ومقارنة النتائج مع الدراسة التي قام بها Soliman [13] وفي كلتا المقارنتين لنتائج الجريان وإنتقال الحرارة تم الحصول على تطابق جيد بالنتائج وكما موضح بالشكلين (A-2) و (B-2) وهذا مايؤكد موثوقية الأنموذج الرياضي وصحة خطوات الحل العددي .

تم حساب قيم معامل الإحتكاك من المعادلة (20) في منطقة تمام التشكيل الهيدروليكي لمدى زاوية كلية $\left(30^\circ\le 2\alpha\le 120^\circ\right)$ ولنسب الأقطار الثلاثة المدروسة $(\varepsilon=1.5,2,4)$كما وبين سلوك عدد نسلت المعدل في منطقة تمام التشكيل لنفس مدى الزاوية الكلية ونسب الأقطار في الشكلين (A-3) و (B-3) واستحصل على علاقة إرتباطية تجمع بين عدد نسلت المعدل في منطقة تمام التشكيل الحراري بدلالة كل من الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية لمدى $\left(50^\circ\le 2\alpha\le 120^\circ\right)$ونسبة الأقطار بمدى $(1.5\le\varepsilon\le 4)$وكانت العلاقة الإرتباطية بالصيغة الآتية :

$$Nu=1.627\times(2\alpha)^{0.285}\times\varepsilon^{-0.352}$$

وبمقارنة نتائج هذه العلاقة مع تلك المذكورة في المصدر [13] وجد تقارب جيد بينهما وبفارق لايتجاوز $(5\,\%)$، من الشكل (B-3) نستدل على زيادة متوسط عدد نسلت المعدل في منطقة تمام التشكيل الحراري بثبوت نسبة الأقطار (ε)كلما زادت الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية(2α) كذلك فعند ثبوت الزاوية الكلية فإن معدل عدد نسلت يتناقص كلما زادت نسبة الأقطار، إن تأثير قوة الطفو قد تم توضيحه في الأشكال (4،5،6،7،8) في مواضع مختلفة من مقطع الفجوة الحلقية وقسم الشكل الواحد إلى جانبان الأيمن منهما يوضح تغير دالة الإنسياب أما الأيسر فيوضح خطوط تساوي درجة الحرارة ، في الشكل (4) الجانب الأيمن يظهر تأثير قوة الطفو جلياً على الجريان الثانوي حيث يبدأ هذا التأثير واضحاً في الشكل (A-4) ومن ثم يزداد هذا التأثير ليصل الى قيمته العظمى في الشكل (B-4) ويتناقص تأثير قوة الطفو كما موضح في الشكل (C-4) تدريجياً الى أن يتلاشى في الشكل (D-4) ، وبجمع المقطع (B) من الأشكال (4،5،6) حيث ثبت كل من نسبة الأقطار عند $(\varepsilon = 2)$ والزاوية الكلية عند $(2\alpha = 120^{\circ})$ فإن تأثير زيادة عدد رايلي سيكون واضحاً على تأثير قوة الطفو في إنتقال الحرارة ، إذ تبين زيادة معدل الجريان الثانوي ودالة الإنسياب كلما زادت قيمة عدد رايلي وهذا واضح من مديات دالة الإنسياب في الأشكال الآنفة الذكر حيث تبدأ قيم هذه المديات من $(-6.73*10^{-3} \le \Psi \le 5.77*10^{-3})$ عندما يكون عدد رايلي واطئاً نسبياً عند $(Ra = 10^{4})$في الشكل (4) بينما يزداد مدى قيم دالة الإنسياب (Ψ)بإرتفاع عدد رايلي عند $(Ra = 5*10^{4})$ليصل المدى الى $(-32.56*10^{-3} \le \Psi \le 26.64*10^{-3})$ في الشكل (5) الى ان يصل المدى الى ذروته عند عدد رايلي $(Ra = 10^{5})$حيث تتراوح قيم دالة الإنسياب بين $(-65.12*10^{-3} \le \Psi \le 53.28*10^{-3})$، كما ويلاحظ في المقطع (D) في الأشكال (4،5،6) وصول الجريان الى مرحلة تمام التشكيل حيث يختفي تأثير قوة الطفو لتكون قيم (Ψ) في ذلك المقطع مقاربة للصفر .

أيضاً يمكن ملاحظة تأثير قوة الطفو مع تغير نسبة الأقطار وثبوت زاوية مقطع الفجوة الحلقية الكلية عند $(2\alpha = 90^{\circ})$ وثبوت عدد رايلي $(Ra = 10^{4})$ في الشكل (7) حيث يتعاظم تأثير قوة الطفو كلما زادت نسبة الأقطار إذ يكون مدى قيم دالة الإنسياب عند $(-1.85*10^{-3} \le \Psi \le 1.85*10^{-3})$لحالة نسبة الأقطار $(\varepsilon = 1.5)$ في حين يرتفع هذا المدى الى $(-6.28*10^{-3} \le \Psi \le 6.28*10^{-3})$لحالة نسبة الأقطار $(\varepsilon = 2)$ وهو مايؤشر زيادة المسافة الفاصلة بين السطحين المنحنيين لمقطع الفجوة الحلقية وبالتالي نشؤ مساحة أكبر لدوامات الجريان الثانوي الناتجة عن تأثير قوة الطفو مما يزيد بدوره قيم دالة الإنسياب. أما أكبر مدى يمكن الوصول اليه عند تداول القيمة الكبرى المدروسة في البحث لنسبة الأقطار $(\varepsilon = 4)$إذ يصل المدى الى $(-20.16*10^{-3} \le \Psi \le 20.16*10^{-3})$ ، كذلك في الشكل (8) يتكرر السلوك نفسه في تعاظم تأثير قوة الطفو كلما زادت نسبة الأقطار لحالة ثبوت كل من زاوية المقطع الكلية عند $(2\alpha = 60^{\circ})$ بثبوت عدد رايلي $(Ra = 10^{4})$وبمقارنة بسيطة بين المقاطع المتناظرة في الشكلين (7) و (8) يمكن توضيح تأثير تغير الزاوية الكلية بثبوت عدد رايلي ونسبة الأقطار حيث

يقل تأثير   دالة الإنسيا   لمقطع الفجو

(B) من الأشكال)

$(\varepsilon = 2)$ وثبوت عدد رايلي $(Ra = 10^4)$ وتغيـر الزاوية الكلية عند $(2\alpha = 120^\circ)$ فـي الـشكـل (B-4) حيث كانت القيمة العظمى لدالة الإنسياب $(\Psi = -6.73*10^{-3})$ من ثم تتناقص هذه القيمة بنقصان الزاوية الكلية إلى $(2\alpha = 90^\circ)$ في الشكل (B-7) لتصل الى $(\Psi = -6.28*10^{-3})$ وأخيراً تصل القيمة العظمـى الى أدنى مستوى لها في الشكل (B-8) عند $(\Psi = -6.1*10^{-3})$ حيث تمثل الإشارة السالبة في جميـع القيم السابقة إتجاه دوران الجريان الثانوي بعكس إتجاه عقارب الساعة .

أما نتائج توزيع درجات الحرارة فتظهر ان درجة حرارة السطح الثابتـة تـسخن طبقـة المـائع الملاصق للجدار بنفس الدرجة الحرارية حيث تقترب درجة الحرارة النسبية من الصفر في بداية مدخل القناة بينما يزداد سمك طبقة المائع ذو الدرجة الحرارية المساوية لدرجة حرارة الـسطح كلمـا تقـدم الجريان داخل القناة في حين يبقى المائع في قلب القناة بدرجة حرارية مساوية لدرجة حـرارة المـائع المجهز الداخل الى القناة وترتفع درجة حرارته تدريجياً بتقدم الجريان مع المحور (Z) وكما موضـح بالشكل (4) عند عدد رايلي $(Ra = 10^4)$ في حين يظهر تأثير زيادة عدد رايلي بثبوت نسبة الأقطـار عند $(\varepsilon = 2)$ وثبوت الزاوية الكلية $(2\alpha = 120^\circ)$ في الشكلين (5) و (6) حيث بزيادة عدد رايلي يـزداد نمو التشكيل الحراري في مسافة أصغر للدخول وذلك بفعل تيارات الجريان الثـانوي المتمثلـة بدالـة الإنسياب والتي تتزايد كلما إرتفعت قيمة عدد رايلي والتي تؤدي بدورها الى زيادة معدل خلط المـائع في قلب وسطح القناة والذي ينعكس على زيادة في معدل الحرارة المنتقلة بالحمل.

أما تأثير زيادة نسبة الأقطار على توزيع درجات الحرارة فيمكن ملاحظته في الشكل (7) الجانب الأيسر من الرسم اذ تم تثبيت كل من الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية عند $(2\alpha = 90^\circ)$ وعدد رايلي عند $(Ra = 10^4)$ وكذلك ثبوت مقطع الجريان على مسافة محورية $(Z = 0.01)$ أظهر الشكل زيادة فـي كمية المائع البارد في قلب القناة كلما زادت نسبة الأقطار في القناة وذلك أمر طبيعي يعود الى زيـادة مساحة مقطع الفجوة الحلقية بزيادة نسبة الأقطار وهو ماينعكس سلباً على معدل الحرارة المنتقلة علـى الرغم من وجود جريان ثانوي قوي نسبياً ، كذلك فإن توزيع درجة الحرارة في الـشكل (8) يوضـح سلوكاً مماثلاً للشكل (7) بفارق كون الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية $(2\alpha = 60^\circ)$. بينمـا يظهـر تأثير تغير الزاوية الكلية جلياً للعيان بملاحظة الجانب الأيسر مـن الأشكـال (B-4) و(B-7) و(B-8) والتي تغيرت فيها الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية $(60^\circ, 90^\circ, 120^\circ)$ على التوالي وثبت كل من عدد رايلي $(Ra = 10^4)$ ونسبة الأقطار $(\varepsilon = 2)$ ومقطع الجريان $(Z = 0.01)$ بينت الأشكال الثلاثـة تزايـد مساحة المنطقة التي لم يصلها تأثير التسخين من سطح القناة كلما زادت الزاوية الكلية إنفراجاً ونرجـع سبب ذلك الى أمرين أولهما زيادة مساحة مقطع الفجوة الحلقية بزيادة الزاوية الكلية مما يعنـي زيـادة

الكتلة المتدفقة داخل القناة أما السبب الثاني فيعزى الى ضعف تأثير قوة الطفو والتي يدل عليها ضعف الجريان الثانوي كلما تناقصت الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية.

أما توزيع عدد نسلت الموضعي عند السطح الداخلي لمقطع الفجوة الحلقية الأفقية فقد وضح في الشكل (9-A) إذ يكون السلوك العام لتغير عدد نسلت الموضعي لحالة عدد رايلي $(Ra = 5*10^4)$ ولزاوية كلية $(2\alpha = 60^\circ)$ولنسبة أقطار ثابتة عند $(\varepsilon = 2)$ولمقاطع متعددة على طول محور الجريان (Z) يوضح الشكل تغير عدد نسلت الموضعي من الصفر عند الحافتين السفليتين لمقطع الفجوة الحلقية $(\phi = 60^\circ, \phi = 0^\circ)$ والسبب في ذلك يعود لزيادة سمك الطبقة المتاخمة الحرارية في الزوايا الداخلية للقناة وعدم وصول تأثير قوة الطفو المتمثلة بالجريان الثانوي الى تلك المواضع لخلط طبقات المائع وتغيير درجتها الحرارية لذلك فإن تلك الزوايا تحتوي على مائع ذو درجة حرارية قريبة لدرجة حرارة السطح مما يعني ان الفرق بدرجات الحرارة بين السطح الساخن والمائع في تلك المنطقة يساوي صفراً تقريباً وبالتالي فأن قيمة عدد نسلت الموضعي تساوي صفراً على طرفي السطح المنحني الداخلي بينما تتصاعد قيم عدد نسلت تدريجياً كلما ابتعدنا عن طرفي السطح المنحني وصولاً الى القيمة العظمى لعدد نسلت الموضعي في منتصف السطح المنحني ونعزو ذلك الإرتفاع الى تأثير قوة الطفو المرتفع في تلك المنطقة حيث يكون للجريان الثانوي دوراً في طفو مائع الجريان من قلب القناة الى سطحها وهو مايؤدي الى إمتزاج طبقات المائع حرارياً حيث يصل المائع البارد من قلب القناة الى سطحها في منتصف الجدار المنحني الداخلي مما يؤدي الى تولد فرق حراري أعظم بين درجة حرارة المائع البارد ودرجة حرارة السطح الساخن والذي ينعكس على نشؤ أعظم قيمة لعدد نسلت الموضعي . كذلك من الممكن ملاحظة مدى تغير عدد نسلت الموضعي عند الجدار مع تقدم الجريان بالإتجاه المحوري حيث تنخفض قيمة عدد نسلت الموضعي بصورة شاملة على جميع العقد عند الجدار كلما تقدم الجريان بسبب إرتفاع درجة حرارة المائع ونقصان الفرق بدرجات الحرارة وبالتالي نقصان عدد نسلت الموضعي كلما ابتعد الجريان عن مدخل القناة ، أيضاً تبين من مقارنة الأشكال(9-A) و(9-B) و(9-D) تأثير تغير الزاوية الكلية على القيمة العظمى لعدد نسلت الموضعي حيث بينت المقارنة إنخفاض واضح لقيم عدد نسلت كلما زادت الزاوية الكلية لمقطع الفجوة ، كذلك يمكن بيان تأثير تغير نسبة الأقطار على قيمة عدد نسلت الموضعي بمقارنة الأشكال (9-C) و(9-D) و(9-E) والتي توضح تأثير زيادة نسبة الأقطار لحالة ثبوت كل من الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية عند $(2\alpha = 120^\circ)$ وثبوت عدد رايلي $(Ra = 5*10^4)$ حيث تتناقص القيم العظمى لعدد نسلت الموضعي كلما أخذت نسبة القطر الخارجي الى القطر الداخلي (ε) بالتزايد ويعود ذلك بسبب زيادة سمك الطبقة المتاخمة الحرارية التي تؤدي الى تقليل الفرق بدرجات الحرارة بين المائع وجدار مقطع الفجوة الحلقية وبالتالي إنخفاض جميع قيم عدد نسلت الموضعي عند الجدار .

الإستنتاجات

بعد دراسة سلوك الجريان وإنتقال الحرارة في منطقة الدخول لمقطع فجوة حلقية أفقية تم التوصل إلى النتائج الآتية :

1 – الجريان الثانوي الناتج عن قوة الطفو في مقطع الفجوة الحلقيـــــة تـزداد شدتـــــه تدريجــــياً بالإبتعاد عن مدخل القناة ويبلغ أقصى شدة له في موقع ما من المدخل معتمداً على عدد رايلي ونـــسبة الأقطار والزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية ثم يبدأ هذا التأثير بالتلاشـــي وصولاً الى منطقـــة تمـــام التشكيل.

2 – تزداد شده الجريان الثانوي كلما زادت نسبة الأقطار بثبوت كل مـــن عـــدد رايلـــي وثبـــــوت الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية.

3 – تقل شده الجريان الثانوي كلما زادت حدة الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية بثبوت كل من عدد رايلي وثبـــوت نسبة الأقطار.

4 – يزداد سمك الطبقة المتاخمة الحرارية كلما ابتعدنا عن مدخل القناة.

5 – تتناقص قيم عدد نسلت الموضعي كلما أزدادت نسبة الأقطار بثبوت كـــل مـــن عـــــدد رايلـــي وثبوت الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية.

المصادر

[1] P. Teertstra and M.M. Yovanovich, "*Comprehensive Review of Natural Convection in Horizontal Circular Annuli*", 7th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, Vol. 4, PP. 141-152, (1998).

[2] C. Shu , K.S. Yeo and Q. Yao, "*An Efficient Approach to Simulate Natural Convection in Arbitrarly Eccentric Annuli by Vorticity-Stream Function Formulation*", J. Numerical Heat Transfer, Vol.38, PP. 739-756, (2000) .

[3] N.D. Francis, M.T. Itamura, S.W. Webb and D.L. James , "*CFD Calculation of Internal Natural Convection in the Annulus Between Concentric Cylinder*", Sandia National Laboratories. California, (2002).

[4] D. Alshahrani and O. Zeitoun, "*Natural Convection in Horizontal Cylindrical annuli*", J. Alexandria Engineering, Vol. 44, PP. 1-27, (2005).

[5] P. Teertstra, M.M. Yovanovich and J.R. Culham, "*Analytical Modeling of Natural Convection in Horizontal annuli*", J. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Vol. 5, PP. 1-10, (2005).

[6] E.L.M. Padilla, R. Campregher and A. Silveira-Neto, "*Numerical Analysis of the Natural Convection in Horizontal Annulus at Low and Moderate Ra*", J. Thermal Engineering, Vol. 5, PP. 58-65, (2006).

[7] A.K. Hassan, and J.M.A. Al-lateef, "*Numerical Simulation of Two Dimensional Transient Natural Convection Heat Transfer From Isothermal Horizontal Cylindrical annuli*", J. Eng. and Technology, Vol. 25, PP. 728-745, (2007).

[8] B.S. Yilbas, M. Yürüsoy and M. Pakdemirli, "*Entropy Analysis for Non-Newtonian Fluid Flow in Annular Pipe Constant Viscosity Case*", J. Entropy, Vol. 6, PP. 304-315, (2004).

[9] P.M. Coelho and F.T. Pinho, "*Fully-Developed Heat Transfer in Annuli with Viscous Dissipation*", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 49, PP. 3349-3359, (2006).

[10] K.C. Karki and S.V. Patankar, "*Laminar Mixed Convection in the Entrance Region of a Horizontal annulus*", J. Numerical Heat Transfer, Vol. 15, PP. 87-99, (1989).

[11] M.E. Sayed-Ahmed, "*Mixed Convection Heat Transfer of Power - Low Fluids in a Vertical Eccentric Annulus*", Indian J. Pure Applied Math., Vol. 31, PP. 227-242, (2000).

[12] A.A. Mohammed, "*Mixed Convection in the Entry Region of a Vertical Annulus with Constant Temperature Rotating Inner Cylinder*", J. Eng. and Technology, Vol. 25, PP. 78-96, (2007).

[13] H.M. Soliman, "*Laminar Heat Transfer in Annular Sector Ducts*", J. Heat Transfer, Vol. 109, PP. 247-249, (1987).

[14] M.J. Lin, Q.W. Wang and W.Q. Tao, "*Developing Laminar Flow and Heat Transfer in Annular Sector Ducts*", J. Heat Transfer Engineering, Vol. 21, PP.53-61, (2000).

[15] W. M Kays and M.E. Crawford "*Convective Heat and Mass Transfer*", 3rd Edition ,McGraw-Hill Inc., (1993).

[16] J. D Anderson "*Computational Fluid Dynamics*", McGraw-Hill Inc. (1995).

قائمة الرموز

الرموز	الدلالة	الوحدات
A	مساحة	m^2
a	نصف قطر الأسطوانة الخارجية	m
cp	السعة الحرارية	kJ/kg
D_h	القطر الهيدروليكي	m
f	معامل الإحتكاك	$-$
g	التعجيل الأرضي	m/s^2
h	معامل إنتقال الحرارة بالحمل	$W/m^2.K$
k_f	الموصولية الحرارية للمائع	$W/m\ .K$
L	الطول	m
P	الضغط اللابعدي	$-$
P_z	هبوط الضغط بالإتجاه المحوري اللابعدي	N/m^2
p	الضغط	N/m^2

Z,ϕ,R	الإحداثيات الاسطوانية اللابعدية	$-$
R_i	نصف القطر الداخلي	m
R_o	نصف القطر الخارجي	m
RR	نسبة القطر الداخلي إلى القطر الخارجي	$-$
z,ϕ,r	الإحداثيات الإسطوانية البعدية	m
S	عامل التراخي	$-$
T	درجة الحرارة	K
T_b	درجة الحرارة الظاهرية	K
T_w	درجة حرارة السطح	K
w,v,u	مركبة السرعة بالإتجاهات (z,ϕ,r)	m/s
$\hat{W}$	السرعة اللابعدية بالإتجاه (z) $\left(\hat{W}=W/P_z\right)$	m/s
$\langle W\rangle$	معدل السرعة المحورية	m/s
w_b	متوسط السرعة المحورية	m/s

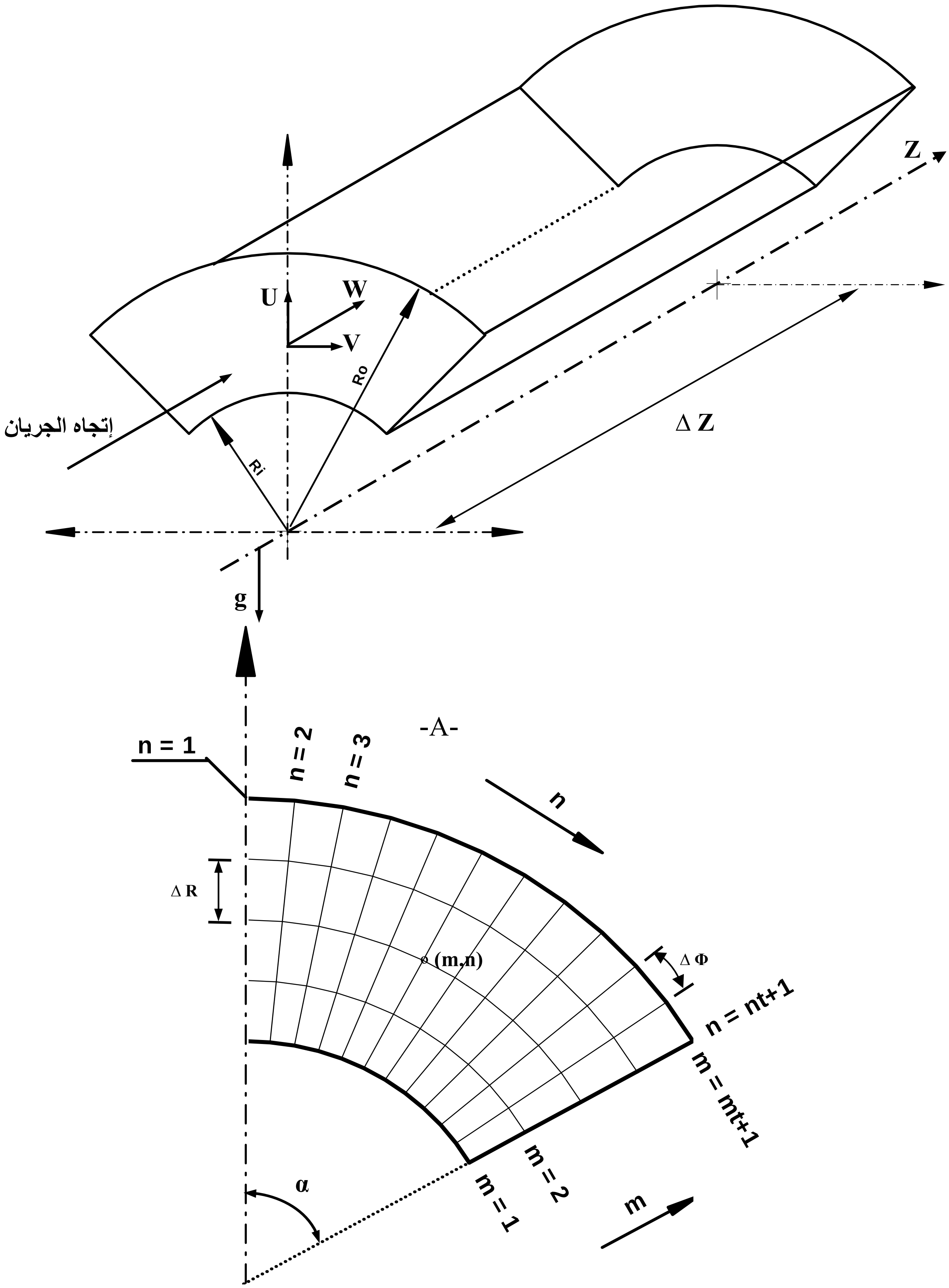
المجموعة اللابعدية

الرموز	الدلالة		الوحدات
Gr	عدد كراشوف	$\dfrac{g\beta(T_s-T_b)D_h^3}{\upsilon^2}$	$-$
Nu	عدد نسلت	$(h.D_h/k)$	$-$
$\Pr$	عدد براندتل	$(cp.\mu/k)$	$-$
Ra	عدد رايلي	$(Gr.\Pr)$	$-$
Re	عدد رينولدز	$(\langle W\rangle.D_h/\upsilon)$	$-$

الرموز اليونانية

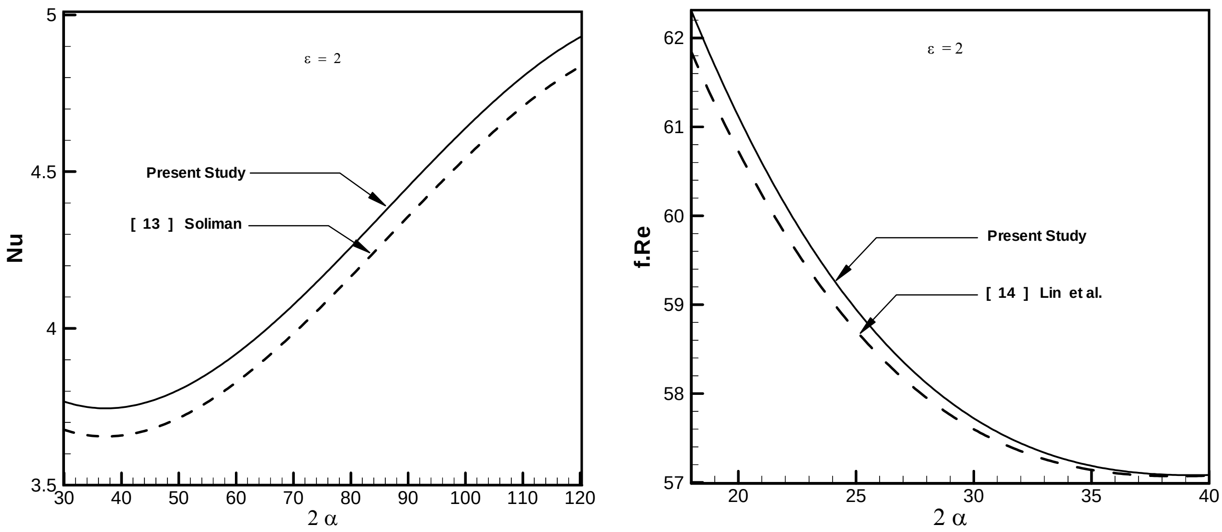
الرموز	الدلالة	الوحدات
α	نصف الزاوية الكلية لمقطع الفجوة الحلقية	$-$
ε	نسبة القطر الخارجي إلى القطر الداخلي	$-$
β	معامل التمدد الحجمي	$1/K$
υ	اللزوجة الكينماتية (μ/ρ)	m^2/s
θ	درجة الحرارة اللابعدية	$-$
μ	اللزوجة الديناميكية	$kg/m.s$

kg/m^3	الكثافة الكتلية	ρ
$-$	الزمن اللابعدي	τ
$-$	الإحداثي المماسي	ϕ
$-$	دالة الانسياب اللابعدية	Ψ
m^2/s	دالة الانسياب	ψ
$-$	الدوامية اللابعدية	ω
$1/s$	الدوامية	Ω



شكل (1) -A- التمثيل الفيزيائي للمسألة بالإحداثي القطبي

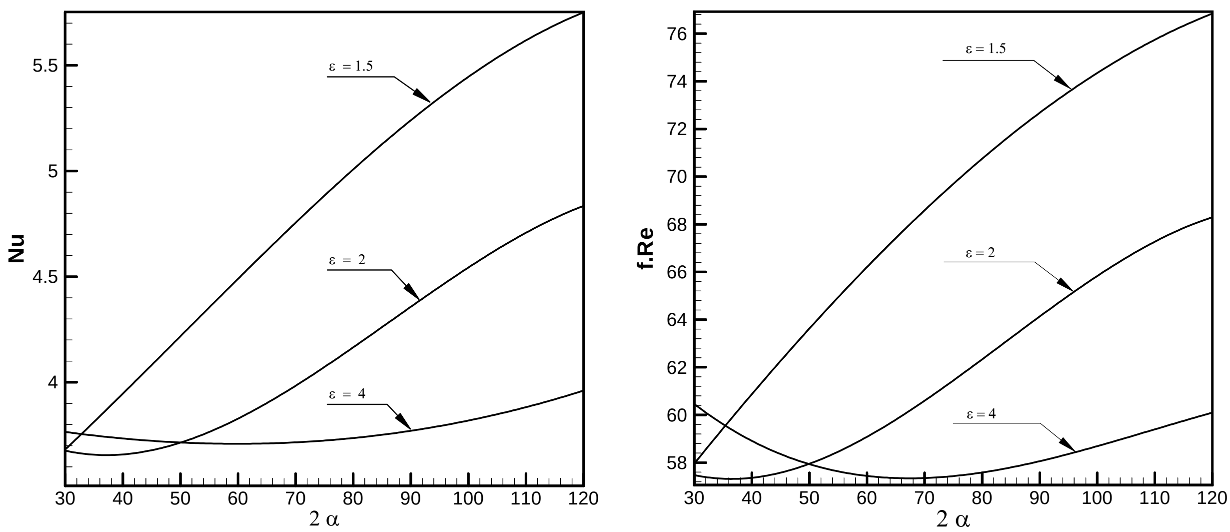
-B- التمثيل الشبكي لمنطقة الجريان



-B- -A-

شكل (2) -A- مقارنة تغير معامل الإحتكاك بإستخدام الأنموذج الحالي للحسابات مع دراسة سابقة

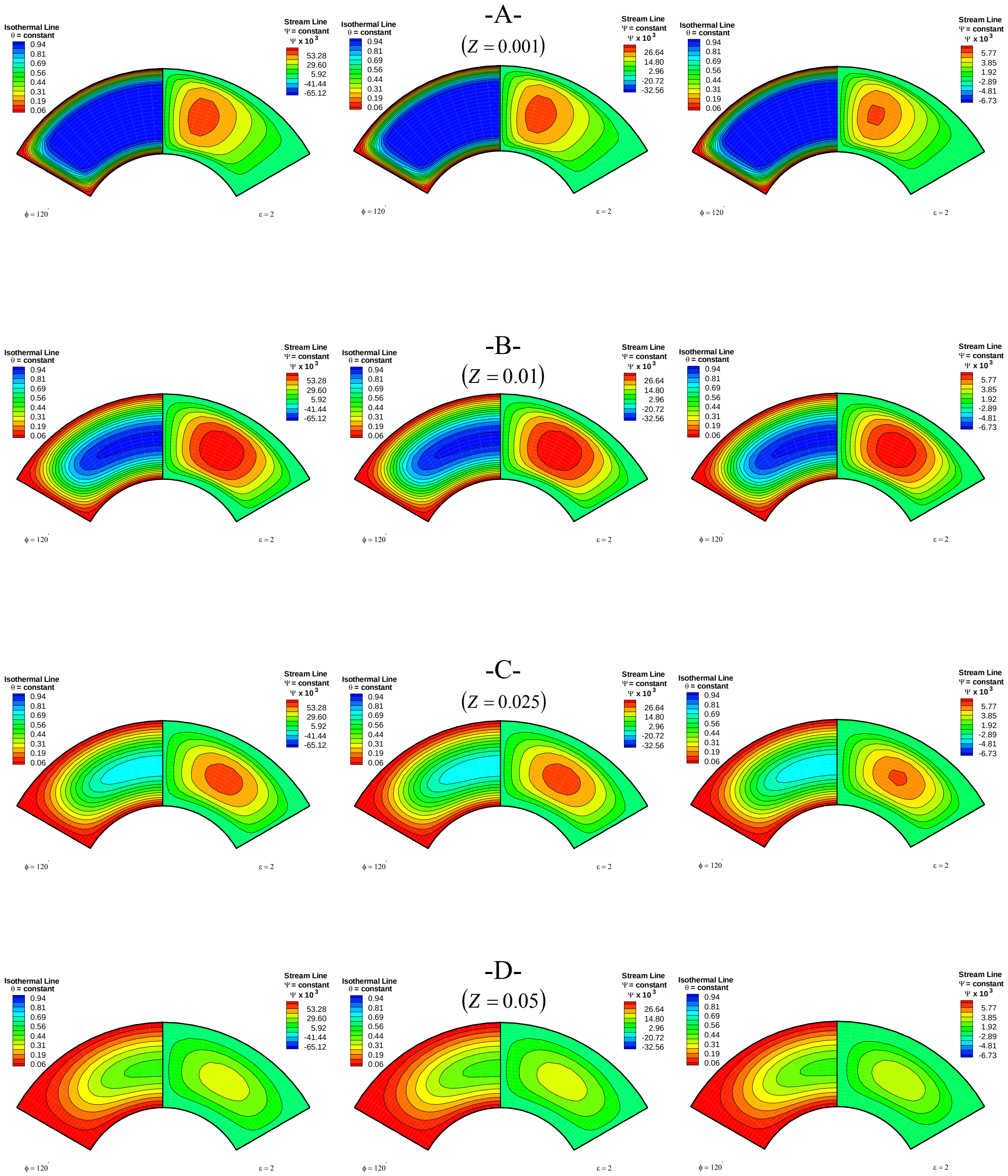
-B- مقارنة تغير عدد نسلت بإستخدام الأنموذج الحالي للحسابات مع دراسة سابقة$(Ra = 0)$



-B- -A-

شكل (3) -A- تأثير نسبة الأقطار وزاوية المقطع الكلية على معامل الإحتكاك .

-B- تأثير نسبة الأقطار وزاوية المقطع الكلية على معدل قيمة عدد نسلت في منطقة تمام التشكيل.

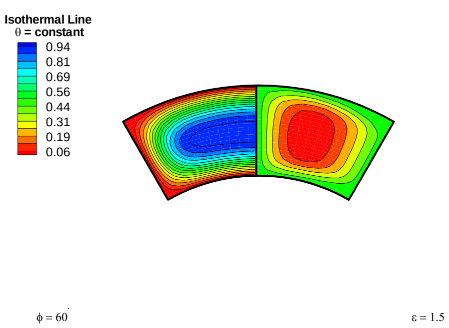


شكل (6)

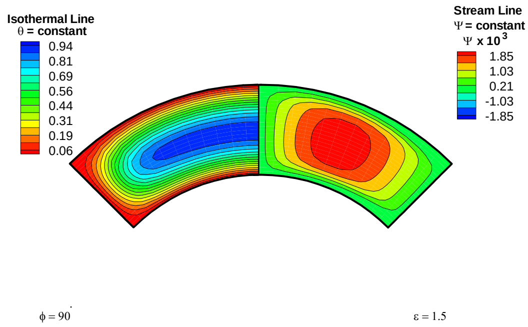
المخطط الكنتوري لدالة الإنسياب وخطوط تساوي درجة الحرارة عند $(Ra = 10^4)$

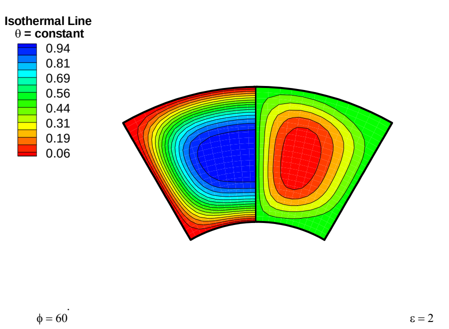
المخطط الكنتوري لدالة الإنسياب وخطوط تساوي درجة الحرارة عند $(Ra = 5*10^4)$

المخطط الكنتوري لدالة الإنسياب وخطوط تساوي درجة الحرارة عند $(Ra = 10^5)$



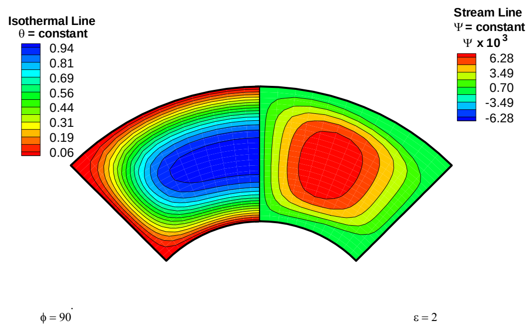
$(\varepsilon = 1.5)$

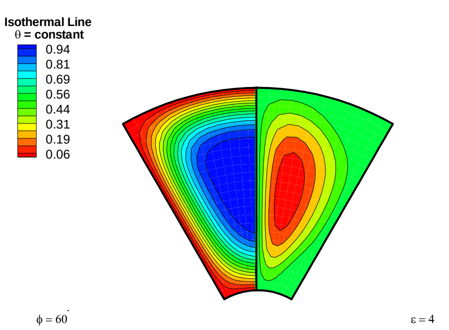




-B-

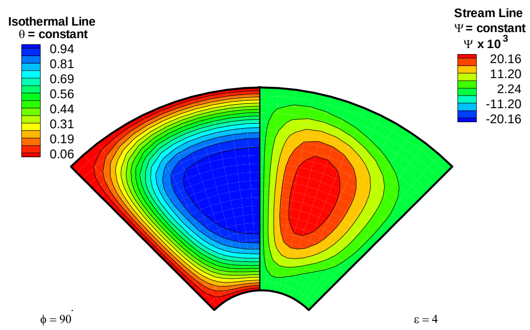
$(\varepsilon = 2)$





-C-

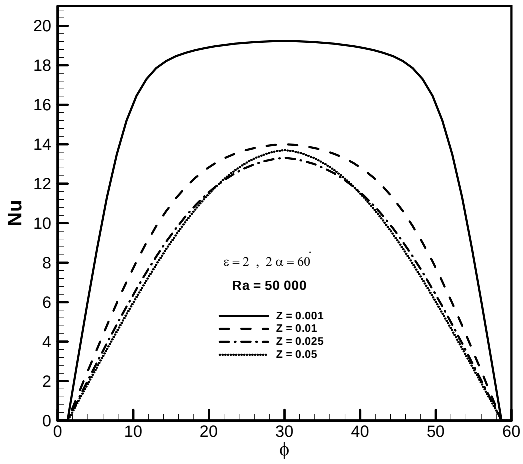
$(\varepsilon = 4)$



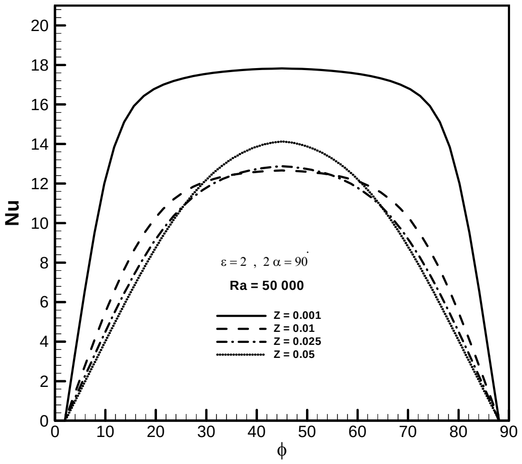
$(Z = 0.01)$ ، $(Ra = 10^4)$

شكل (8) المخطط الكنتوري لدالة الإنسياب وخطوط تساوي درجة الحرارة بثبوت الزاوية الكلية (60°)

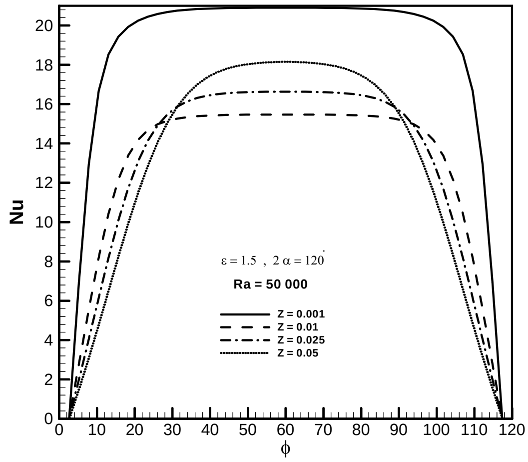
شـ ة (9



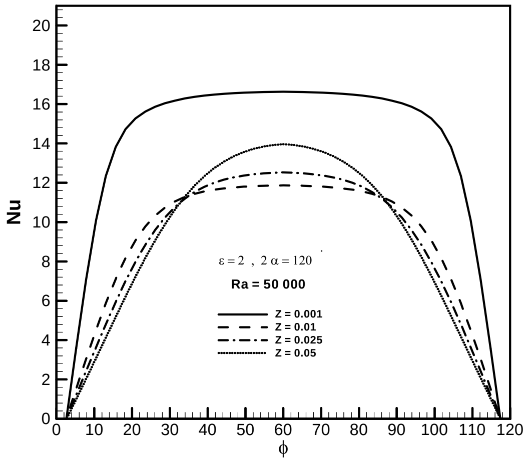
-A-



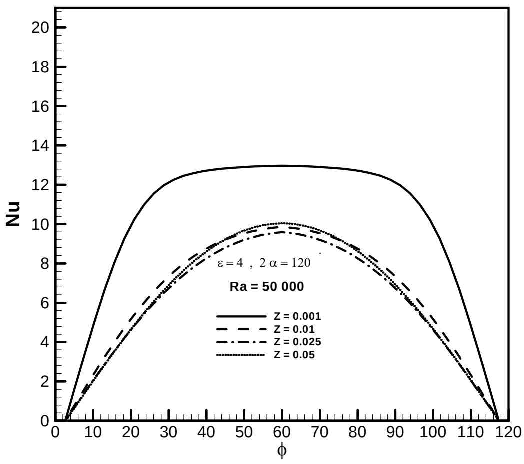
-B-



-C-



-D-



-E-

شكل (9) عدد نسلت الموضعي على محيط السطح المنحني الداخلي لمقطع الفجوة الحلقية في مواقع مختلفة من المدخل وبثبوت عدد رايلي عند $\left(Ra=5\times10^{4}\right)$ وتغير A$\left(\varepsilon=2,2\alpha=60^{\circ}\right)$، B$\left(\varepsilon=2,2\alpha=90^{\circ}\right)$، C$\left(\varepsilon=1.5,2\alpha=120^{\circ}\right)$، D$\left(\varepsilon=2,2\alpha=120^{\circ}\right)$، E$\left(\varepsilon=4,2\alpha=120^{\circ}\right)$

A Numerical Study of Buoyancy Effect on Thermal Development in a Horizontal Annulus Sector

Mohammed Gh. Jehad
Mechanical Engineering Department, University of Anbar

Abstract:
A Numerical study has been conducted to clarify the effect of the buoyancy forces on the thermal development through a horizontal annulus sector heated with constant surface temperature. The study includes the solution of governing equations for the flow and heat transfer of different sections along the channel. Theoretically these governing equations were reduced to four, which are continuity equation, radial and tangential momentum equations, axial momentum equation and vorticity equation in which the variables were the temperature, vorticity, stream function and axial velocity. These equations were reduced to dimensionless equations in which Rayleigh, Prandtl and Reynolds numbers were presented. They were numerically solved by using the marching process explicit finite difference method and Gauss elimination technique.
Numerical results for annulus sector heated by constant surface temperature for different values of Rayleigh numbers and total sector angles $\left(2\,\alpha = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ\right)$ and diameters ratio $\left(\varepsilon = 1.5\ ,\ 2\ ,\ 4\right)$ were obtained and represented by stream function contours and isotherms and circumferential distribution of local Nusselt number. Also the results include the values of friction factor and average Nusselt number for the pure forced convection. Comparisons are made between the computed results and the analytical or numerical results available in the literature, for all cases compared, satisfactory agreement is obtained.
The results include a survey of annulus sector surface in many sites of channel flow, whereas it is apparent that the buoyancy force causes the secondary flow to behave non uniformly at the entrance and then the average heat transfer will increase with the increasing both of diameter ratio and total annulus sector angles. A correlation relationship is extracted to find an average change of Nusselt after the stability of the flow in the fully developed region for the studied ranges of annulus sector angles and diameters ratio.

Keywords:
Heat transfer, Annulus Sector, Buoyancy Effect, Thermal Developing, Constant Surface Temperature